(問題１)

実数係数の２次方程式 $x^2+2(a-1)x-2(a-1)=0$ が虚数解を持ち，また解の３乗がいずれも実数のとき、aの値を求めよ。

(問題２)

$x + y + z = 50 \cdots ①$, $17x + 6y + 3z = 300 \cdots ②$ 両式を満たす正の整数の組(x, y, z)をすべて求めよ。

(問題３)

pを素数とする。xの２次方程式$x^2 + (p^2-7p-2)x + p^2-15p-8 = 0$ が整数解をもつとき，pの値と方程式の解を求めよ。

(問題４)

(1) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$について，等式$AB = BA$が成り立つとき，行列$A$の成分の間には どのような関係があるか。

(2) $a = \dfrac{3}{5}$のとき $AB=BA=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$を満たす行列$A$を求めよ。

(問題５)

$f(x) = x^4+(2m-1)x^3-(3m-3)x^2-(5m+17)x+(6m+14)$について$f(x)=0$ の４つの解のうち２つが等しくなるようなmの値とその解を求めよ。

(問題６)

連立方程式$\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases}$の解$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$を求めよ。ただし$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$とする。

(問題７)

整数を係数とする 3 次多項式$f(x)$が次の条件を満たしている。

条件：任意の自然数nに対して、$f(n)$は$n(n+1)(n+2)$で割り切れる。

このときある整数aがあって$f(x) = ax(x+1)(x+2)$となることを示せ。

(問題８)

２次方程式$x^2-x-1=0$の解の一つをαとするとき$\alpha^{5800}+\alpha^{1500}+\alpha^{1700}+\alpha^{70}+$の値を求めよ。

（問題９）

a, bを整数とする$x^2+ax+b=0$ が整数解をもつとき，判別式Dが平方数(整数を二乗した数）であることを示せ。

(問題１０)

(1)$2ay^2 + (a^3+3a+2)y+a^4-a^3-a+1$ を因数分解せよ。

(2) 4 次方程式$x^4+(b-1)x^3 + (2b^2+3b-1)x + 2b + 1 = 0$ が実数解をちょうど１つもつように実数bを定めよ。

（問題１１）

$\dfrac{x^4-2x^3+2x^2-x+4}{x^2-x+1}$ の値の取りうる範囲を求めよ。（x は実数全体を動く）

(問題１２)

係数a, b, cが奇数である 2 次方程式$ax^2 + bx + c = 0$ は有理数の解をもたないことを証明せよ。

(問題１３)

$f(x)=e^x+\int_0^2 f(x)dx = 20$を満たす関数$f(x)$を求めよ。

(問題１４)

サイクロイド $\begin{cases} x = a(t-\sin t) \\ y = a(1-\cos t) \end{cases}$ $(a > 0)$ $0 \leq t \leq 2\pi$の部分とx軸で囲まれた面積Sを求めよ。

(問題１５)

(1) $\cos\theta + \cos 2\theta = 1$ のとき，$\cos\theta$、$\sin^2\theta + 2\sin^4\theta$を求めよ。

(2) $\sin\theta+\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ のとき，$\tan^3\theta+\dfrac{1}{\tan^3\theta}$ を求めよ。

(問題１６)

$\log_{10} 7$の近似値は 0.8451 である。ある整数xに対して7^xが 15 桁の整数となるとき7^xの 1 の位の数と，7^xの10^{14}の位の数字を求めよ。必要であれば$\log_{10} 2 \cong 0.3010$, $\log_{10} 3 \cong 0.4771$ を 用いよ。

(問題１７)

(1)5400 の正の約数は全部で何個あるか求めよ。

(2)5400 の正の約数の和を求めよ。

(問題１８)

kを定数とする。$A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ に関して$A^2 - 3A + 2E = 0$ が成立することを利用して

$A^8 - A^7 - 4A^6 + 4A^5 + 3A^2 - 6A$を計算せよ。

(問題１９)

C_1: $x^2 + y^2 = 25$

C_2: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$ の共有点を通る直線の方程式を求めよ。

(問題２０)

カージオイド（心臓系）

$$\begin{cases} x = 2\cos t - \cos 2t \\ y = 2\sin t - \sin 2t \end{cases}$$

で囲まれた部分の面積を求めよ。

(問題２１)

(1) $f(x) = \dfrac{\log x}{x}$ の極値を求めよ。

(2) $a^b = b^a$ を満たす整数$(a,b)(a < b)$を求めよ。

(問題２２)

実数a,b,cは $1 \geq a \geq b \geq c \geq \dfrac{1}{4}$ を満 たすとする。

$x + y + z = 0$となる実数x, y, zに対して

$ayz + bzx + cxy \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどんなときか。

(問題２３)

$x^2 + x + 2 = 2\sqrt{x^2 + x + 2 - a}$が４つの異なる実数解をもつための範囲を求めよ。

(問題２４)

$f(x) = px^3 - qx + p \quad (p > 0)$は$x = \alpha$で極大値$q$をもつ。 αの値を求めよ。またそのときのqを pで表せ。

(問題２５)

$f(x)=\dfrac{1}{2}x\left\{1+e^{-2(x-1)}\right\}$とする。

(1) $x>\dfrac{1}{2}$ ならば $0\leq f'(x)\leq\dfrac{1}{2}$ を示せ。

(2) x_0を正の整数とする。数列$\{x_n\}$を$x_{n+1}=f(x_n)$によって定める。

$x_0>\dfrac{1}{2}$ であれば$\lim_{n\to\infty}x_n=1$ であることを示せ。

(問題２６)

三角形 ABC は AB=5, AC=6, BC=7 を満たすとする。辺 AB 上に点 P をとり，AP＝t ($0<t<5$)とおく。また、辺 AC の C 側への延長上に点 Q を，三角形 ABC と三角形 APQ の面積が等しくなるようにとり，BC と PQ の交点を M とする。BM の長さおよび AQ の 長さをtで表せ。

(問題２７)

不等式$\sqrt{a^2-x^2}>3x-a$ ($a\neq 0$)が成立するとき，$a>0$ のときと，$a<0$ のときのxの範囲を求めよ。

(問題２８)

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{ax^{2n-1}-x^2+bx+c}{x^{2n}+1}\ (a>0)\text{について}$$

(1) $f(x)$がxの連続関数となるためのa,b,cの条件を求めよ。

(1)の条件のもとで$f(x)$の最大値とそれを与えるxの値をaを用いて表せ。

(問題２９)

極方程式$r=\dfrac{b}{1-a\cos\theta}$ ($b\neq 0, 0<a<1$)

が方程式 $\left(x+\dfrac{2}{3}\right)^2+\dfrac{4}{3}y^2=\dfrac{16}{9}$

と一致するようにa, bの値を定めよ。

(問題３０)

関数 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-px}}-ax$ が極値をもつように，定数aの値の範囲を定めよ。ただし、pは正の定数である。

(問題３１)

点 A$(a,\ b)$は中心 O(0,0),半径１の円の内部およびその周上を動き，点 P$(p,\ q)$は中心 O′ (4,0)，半径１の円の内部およびその周上を動くものとする。このとき $k=\dfrac{a+b-p-q}{a-b-p+q}$ とおく。次の問に答えよ。

(1) 直線ＡＰの傾きをmとする。kをmを用いて表せ。

(2) kの取り得る範囲を求めよ。

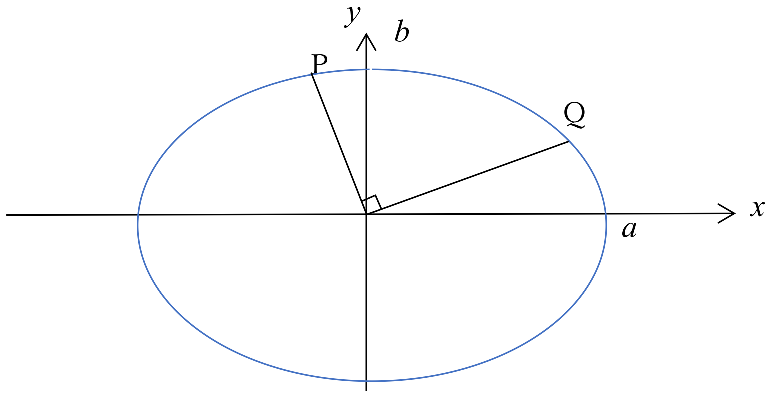
(問題３２)

(1) $a,\ b,\ c$が整数で，$1\leq a\leq b\leq c$かつ$abc=a+b+c$のとき，$ab\leq 3$ であることを示せ。

(2) $1\leq a\leq b\leq c$かつ $abc=a+b+c$ を満たす整数$a,\ b,\ c$をすべて求めよ

(問題３３)

原点 O を中心とする楕円上の点を図のように点 P,Q を線分 OP,OQ が直交するようにとる。$\dfrac{1}{OP^2}+\dfrac{1}{OQ^2}=$(一定) を示せ。



(問題３４)
焦点 F を極とする極方程式$r(1+e\cos\theta)=l$,（$0<e<1$, $l>0$)の楕円上に 弦ＰＱ, ＲＳが焦点Ｆを通るように点 P,Q,R,S をとるとき, $\dfrac{1}{PF\cdot QF}+\dfrac{1}{RF\cdot SF}$ が一定となることを示せ。

(問題３５)
xy平面において、連立不等式$|x|\leq\pi$, $\cos x+\sqrt{1-y^2}\geq 0$ の表す領域を図示せよ。

(問題３６)
曲線C: $y=x^3-kx$上の点Ｐ(a,a^3-ka)における接線lが, 曲線Cと点Ｐと異なる点Ｑで交わっている。点Ｑにおける接線が直線lと直交しているとき, 次の問いに答えよ。
(1)点Ｑの座標をaとkを用いて表せ。
(2) kの取り得る値の範囲を求めよ。

(問題３７)
曲線C：$y=x^4-2x^2$上の点Ｐ$(t,\ f(t))$における接線が点Ｐ以外の相異なる２点で曲線Cと交 わるような実数tの範囲を求めよ。

(問題３８)
(1) $\dfrac{1}{1\cdot2\cdot3}+\dfrac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dfrac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots+\dfrac{1}{(n-1)n(n+1)}$ $(n\geq 2)$を求めよ。
(2) $\dfrac{1}{1^3}+\dfrac{1}{2^3}+\dfrac{1}{3^3}+\cdots+\dfrac{1}{n^3}<\dfrac{5}{4}$ が成立することを示せ。
(問題３９)
kを自然数とする。級数$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(\cos x)^{n-1}-(\cos x)^{n+k-1}\right\}$ がすべての実数xに対して収束するとき、次の各問いに答えよ。
(1) kの条件を求めよ。
(2) 上の級数の和を$f(x)$とおくとき, 関数$f(x)$は$x=0$で連続でないことを示せ。

(問題４０)
xy平面上の放物線A: $y=x^2$,B: $y=-(x-a)^2+b$は異なる２点Ｐ(x_1,y_1), Ｑ(x_2,y_2),$(x_1>x_2)$ で交わるとする。
(1) $x_1-x_2=2$ が成り立つときbをaで表せ。
(2) $x_1-x_2=2$ を満たしながらa, bが変化するとき, 直線ＰＱの通過する領域を求め図示せよ。

(問題４１)
直線ＡＢと直線ＰＱは円Ｏ，Ｏ’にそれぞれ点Ａ，Ｂ，Ｐ，Ｑで接している。直 線ＡＢと直 線ＰＱの交点をＲとする。円Ｏ，Ｏ’の半径をそれぞれr, r' （ただし$r > r'$ ）とする。中 心Ｏ，Ｏ’間の距離が７で、ＡＢ＝５，ＰＱ＝３であるとき、r, r' の大きさと線分ＡＲ の 長さを求めよ。

(問題４２)
次の２つの条件を同時に満たす△ＡＢＣはどのような三角形か。

$$\begin{cases} \sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C \\ a\cos B = b\cos A \end{cases}$$

(問題４３)

Ｏを原点とする座標平面上の４点$\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \mathrm{P}_4$ で条件$\overrightarrow{\mathrm{OP}_{n-1}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}_{n+1}}=\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{OP}_n}$ $(n = 2,3)$を満たすものを考える。
(1) $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$が曲線$xy = 1$ 上にあるとき，P_3はこの曲線上にはないことを示せ。
(2) $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3$が円周$x^2+y^2=1$ 上にあるとき，P_4もこの円周上にあることを示せ。

(問題４４)
数列$\{a_n\}$が次の条件を満たしている。

$$\begin{cases} a_1 = 99900 \\ n \geq 2 \text{ のとき} a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_n = n^2 a_n \end{cases}$$

このとき、a_{999}を求めよ。

(問題４５)
a, b, cを実数とする。$y = x^3 + 3ax^2 + 3bx$と$y = c$のグラフが相異なる３つの交点をもつという。このとき、$a^2 > b$が成立することを示し，更にこれらの交点のx座標のすべては$-a-2\sqrt{a^2-b} < x < -a+2\sqrt{a^2-b}$に含まれていることを示せ。

(問題４６)
放物線C: $y = x^2$ 上の点Ａ(a,a^2),B(b,b^2)をとる。ただし、$b < 0 < a$とする。
(1) 放物線 Cの点Ａにおける接線と点Ｂにおける接線の交点の座標を求めよ。
(2) 放物線Cと直線ＡＢ で囲まれる部分の面積Sを求めよ。
(3) 三角形ＯＡＢの面積をRとするとき、R/S がとり得る値の最大値を求めよ。 ただし、

Oは原点である。

(問題４７)

２x+y= 1, x ≥ 0, y ≥ 0 のとき

（１）xyの最大値，最小値を求めよ

（２）$x^2y^2+4x^2+y^2+3xy$の最大値，最小値を求めよ。

(問題４８)

1〜4 の番号の入った赤玉が 4 個，5〜7 の番号の入った青玉が３個，８〜１２の番号の入った白玉が５個入っている。次の □を整数でうめよ。 どの赤玉も隣り合わないような順列 は$\square ! \times {}_{\square}\mathrm{P}_{\square}$通りある。

(問題４９)

「0000」から「9999」までの４桁の電話番号のうち数字 5 と６の両方を含む番号は何個あるか。

(問題５０)

0, 1, 1 ,2, 2 ,2,3 を用いて作られる７桁の偶数は何通りできるか。 また，７桁の奇数は何通りできるか。

(問題５１)

1 から１０までの数から異なる３つの数を選び出すとき最大の数が８，最小の数が４以下である確率を求めよ。

(問題５２)

１から７までの数の順列で（1 は常に２より左。３は２より常に右）の順序にあり６,７（６ は常に 7 より左）もこの順序にあるようにしたい。このような並べ方は何通りあるか。

(問題５３)

T と書かれたカードが 4 枚，O と書かれたカードが 3 枚，R と書かれたカードが 2 枚，I と 書かれたカードが 1 枚，計１０枚のカードから順に 7 枚のカードを取り出して左から順に並べる試行の結果 TOTTORI となる確率を求めよ。

(問題５４)
ＡＢＣＤ4種類の商品をそれぞれa個，b個，c個，d個 合わせて１０個買うものとする。
た だし$a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$, $d \geq 1$ とする。 買い方には全部で何通りあるか。

(問題５５)
鉛直から角度３０° の容器に蛇口から毎秒aの水が流れ込んでいる。
(1) 水の水面の高さzのときの水の体積Vを求めよ。
(2) 水の水面の高さhのときの水面の上昇速度をaとhを用いて表せ。

(問題５６)
定直線上の定点において定直線に接するようなすべての円に、直交する曲線の方程式を求めよ。

(問題５７)
各自然数nに対し$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+ik}$の実部、虚部をそれぞれ$A_n, B_n$とするとき、極限値$\lim_{n\to\infty} A_n$と$\lim_{n\to\infty} B_n$を求めよ。ただし$i$は虚数単位である。

(問題５８)
不等式

$$\frac{1}{1^3}+\frac{1}{2^3}+\cdots\frac{1}{n^3}<\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{n^2}\right)$$

を証明せよ。

(問題５９)
放物線$y = x^2 - 4$ … ①と、直線$y = 3x$ … ②について次の問いに答えよ。
(1) ①と②の交点を求めよ。
(2) ①と②で囲まれた部分を，x軸の周りに１回転してできる立体の体積を求めよ。

(問題６０)
次の有理数列について以下の問いに答えよ。

$(*)\ \frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\cdots$

(1) 数列$(*)$の 37/ 50 は第何項になるか。
(2) 数列$(*)$の第 1000 項の数を求めよ。

(3) 初項から第 1000 項までの和を求めよ。

(問題６１)
係数が実数の範囲で$x^8 + 1$を因数分解せよ。

(問題６２) $x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$, $y = \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$, $x^3+y^3 = 14$ のとき、x^2+y^2とx^4+y^4を求めよ。

(問題６３)
(1) 2つの整式$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 12$, $Q(x) = x^4 + cx^3 + bx^2 + ax + 12$ (ただし$a \neq c$)が 1 次式の共通な因数をもつとき $P(x)$を因数分解せよ。
(2) (1)の整式$P(x)$と$Q(x)$が、2 次式の共通な因数を持つとき、b^2-c^2をaを用いてあらわせ。

(問題６４)

$X = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$のとき$X^5$ を求めよ。

(問題６５)

行列Aを$A = \begin{pmatrix} x & \sqrt{y} \\ -\sqrt{y} & x \end{pmatrix}$ $(y > 0)$とするとき$A^3 = -8\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$を満たす x, yの値を求めよ。

(問題６６)
$a > 0, b > 0, c > 0$ のとき次の不等式を証明せよ。

(1) $\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2}{b} \geq \dfrac{(x+y)^2}{a+b}$

(2) $\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2}{b} + \dfrac{z^2}{c} \geq \dfrac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$

(問題６７)
次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y + xy = 1 \\ x^2 + 5xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

(問題６８)
連立方程式$ax + y = 1, 4x + ay = 2$を解くと，$a \neq$ $\boxed{ア}$　かつ$a \neq$ $\boxed{イ}$
のとき$x =$ $\boxed{ウ}$　，$y =$ $\boxed{エ}$　$a =$ $\boxed{ア}$　のとき解なし。$a =$ $\boxed{イ}$　のとき
$\boxed{オ}$　　$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{オ}$ を求めよ。

(問題６９)

$$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}、N = \begin{pmatrix} 0 & na \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\left(a \neq 0, n\text{は自然数とする}\right)$$

$X^2 = N$を満たす行列Xは存在しないことを証明せよ。

(問題７０)
大，中，小３個のサイコロを投げるとき目の積が４の倍数になる場合の数を求めよ。

(問題７１)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log{(4 + x)^x} - \log{4^x}}{1 - \cos x}\text{を求めよ。}$$

(問題７２)
１から６までの目をもつ立方体のサイコロを３回投げる。そ１，２，３回目に出た目をそれぞれa, b, cとする。次の確率を求めよ。
(1) a, b, cを３辺の長さとする正三角形が作れる確率
(2) a, b, cを３辺の長さとする二等辺三角形が作れる確率
(3) a, b, cを３辺の長さとする三角形が作れる確率

(問題７３)
internet のすべての文字を使ってできる順列のうちどの t もどの e よりも左側にあるのは何通りか。

(問題７４)
９枚のカードがあっておのおのに I,I,D,A,I,G,A,K,U という文字が１つずつ書かれている。
これら９枚のカードをよくかき混ぜて横一列に並べる。
(1)D,G,K,U のカードだけ見たとき、左から右へこの順序で並んでいる確率を求めよ。
(2)I のカードが三枚続いて並ぶ確率を求めよ。

(問題７５)

袋の中に赤球１個、黄球２個、緑球３個、青球４個の合わせて１０個の球が入っている。この中から１度に３個取り出すとき３個の球の色がすべて異なる確率を求めよ。

(問題７６)

A,B,C.D,E,F の６チームがありそれぞれのチームは他のチームと１試合ずつ試合を行う。両チームの勝つ確率はどちらも$\frac{1}{2}$である。引き分けはないものとする。

(1) ５戦全勝のチームがでる確率を求めよ。

(2) ６チームの勝ち数がすべて異なる確率を求めよ。

(問題７７)

４人で１回ジャンケンをして勝負がつかない（勝者が一人も決まらない）確率を求めよ。

(問題７８)

１組のトランプの総絵札（ジャック，クイーン，キング）合計１２枚の中から任意の４札を選ぶとき、４種類すべてのマークの札が選ばれ、かつジャック，クイーン，キングすべてが選ばれる確率を求めよ。

(問題７９)

赤球５個、白球１０個入っている袋から無作為に非復元抽出する。

(1) 赤球が先に無くなる確率を求めよ。

(2) ちょうど赤球が無くなり、かつ白球が５個残っている確率を求めよ。

(問題８０)

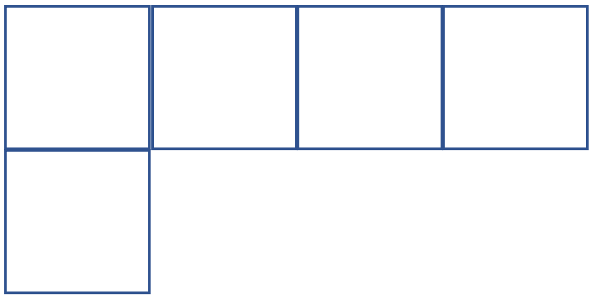
６個の白球と３個の赤球を円状にでたらめに並べるときに、赤球どうしが隣り合わない確立を求めよ。

(問題８１)

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2-2n}-n \text{ を求めよ。}$$

(問題８２)

図のような配置の５つの箱に１，２および３の３つの数字を振り分ける。ただし、同じ数字を何回使ってもよく，各箱に入れる数字はすぐ左の箱に入れた数字より も小さくならないようにし，下の箱に入れる数字はすぐ上の箱の数字よりも大きいものを入れるようにする。



(問題８３)

乗客４人乗りのタクシーが２台ある。６人の乗客をそれらに分乗させる。

車の座席は前に１人、後ろに３人座れるようになっている。客も車も区別し、座席は前か後かだけを区別する。何通りの分乗の場合の数があるか。

(問題８４)

$$n \geq 2 \text{ のとき} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 2 \text{ を証明せよ。}$$

(問題８５)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(1+2+3+\cdots n)^5}{(1+2^4+3^4+\cdots n^4)^2} \text{ を求めよ。}$$

(問題８６)

$$0 < a < 2, 0 < b < 2 \Rightarrow ab < 1 \text{ または} (2-a)(2-b) \leq 1$$

を証明せよ。

(問題８７)

$f(x+y)=f(x)f(y), f(x)\neq 0$ のとき次を示せ。

(1) $f(0)=1$
(2) 任意の実数xに対して$f(x)>0$
(3) 任意の実数x,yに対して $f\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\leq\dfrac{f(x)+f(y)}{2}$

(問題８８)

(1)$x>0$ のとき，$1+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{5}x^2<\sqrt{1+x}<1+\dfrac{1}{2}x$ であることを示せ。
(2)立方体を相似拡大し、表面積を５％だけ増加させる。このとき、立方体の１辺の長さは何％増加するか。答えは四捨五入して，１桁で求めよ。

(問題８９)

$$x^2-x+1=0\cdots①$$

$$f(x)=(x-1)^n+x^n+1$$

xが方程式①の解であるとき、$f(x)$の値を求めよ。ただし，nは３の倍数でない正の数とする。

(問題９０)

曲線$C: y=x^2e^x$の接線で点$(a,0)$を通る接線が３本のときのaの条件を求めよ。

また、点 $(a,0)$ を通る接線が２本のときのaの条件を求めよ。

(問題９１)
aを０でない実数の定数とするとき,不等式

$x+\dfrac{1}{ax}>1+\dfrac{1}{a}$を解け。

(問題９２)

xに関する次の不等式を解け。

$$\frac{1}{x+a}+\frac{2a}{x-a}>\frac{x^2+x-a}{x^2-a^2}$$

(問題９３)

a,bを正の数とする。

$\sqrt{2}$は$\dfrac{b}{a}$と$\dfrac{a+2b}{a+b}$の間にあることを示せ。

(問題９４)

$$C_1: x^2+y^2=25, C_2: (x-4)^2+(y-3)^2=2$$

(1)円C_1と円C_2の交点を通る直線の方程式を求めよ。

(2)円C_1と円C_2の交点を通り点(3,1)を通る円の方程式を求めよ。

(問題９５)

nを正の整数とする。

$x+y+z \leq n, -x+y-z \leq n, x-y-z \leq n, -x-y+z \leq n$であるとき、

点 P(x,y,z)でx,y,zが整数であるものの個数を$f(n)$とおく。$f(n)$を求めよ。

(問題９６)

箱の中に１からnまでの数が１つずつ書かれているn枚のカードが入っている。

この箱の中から１枚ずつカードを取り出す操作をr回$(1 \leq r \leq n)$行って出た順に

$x_1, x_2, \cdots, x_r$とする。

(1) 取り出したカードを箱へ戻さない場合

$x_1 < x_2 < \cdots < x_r$である確率を求めよ。

(2) 取り出したカードを箱へ１回ごとに箱に戻す場合

$x_1 < x_2 < \cdots < x_r$である確率を求めよ。

(問題９７)

(1)次の３条件１(A),(B),(C)を満たす整数の組$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$の個数を求めよ。

(A)$a_1 \geq 1$　(B)$a_5 \leq 4$　(C)$a_i \leq a_{i+1} (i = 1,2,3,4)$

(2)次の３条件１(A),(B),(C)を満たす整数の組$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$の個数を求めよ。

(A)$a_1 \geq 1$　(B)$a_i \geq 0 (i = 2,3,4,5)$　(C)$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4$

(3)n桁の自然数で各桁の数字の合計がr以下となるものの個数をn, rを用いて表せ。

ただし$n \geq 1, r \leq 9$とする。n個とる場合の数

(問題９８)

赤球m個、白球$(N - m)$個から混ぜ合わせて無作為に横一列に並べる。

k番目の球が赤球である確率を求めよ。$(1 \leq k \leq N)$

(問題９９)

n桁の自然数でちょうど２種類の文字から成り立っているものの個数を求めよ。

(問題１００)

xの多項式$g(x)$に対して

$$\int_0^x e^t g(x - t) dt = 3x^2 - 2x$$

が成立するとき$g(x)$を求めよ。