（問題２９４）

r を正の整数とすし，n を 3 以上の自然数とする。C を半径が r の円とする。円 C に内接する正 n 角形の 1 辺の長さを s_n，円 C に外接する正 n 角形の 1 辺の長さを t_n とする。ただし正 n 角形が円 C に外接するとは，円 C が正 n 角形の全ての辺に接することである。

(1) s_n を r と n を用いて表せ。

(2) $\dfrac{s_n}{t_n}$ を n を用いて表せ。

(3) $s_5 = 2$ であるとき，円 C に内接する正 5 角形の面積を小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。ただし， $\tan 36^\circ = 0.727$ としてよい。

（解答）

(1)

（解法のテクニック）
具体的に考慮するため $n = 6$ として正 6 角形で考える

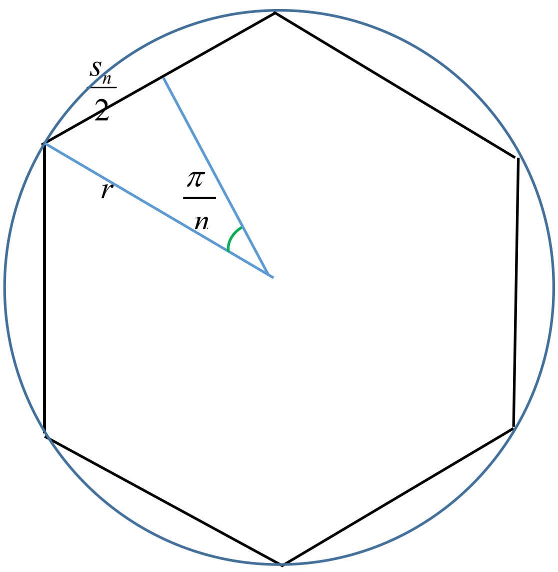

図 1

図 1 より

$$\frac{s_n}{2} = r\sin\frac{\pi}{n}$$

$$\therefore s_n = 2r\sin\frac{\pi}{n}$$

(2)

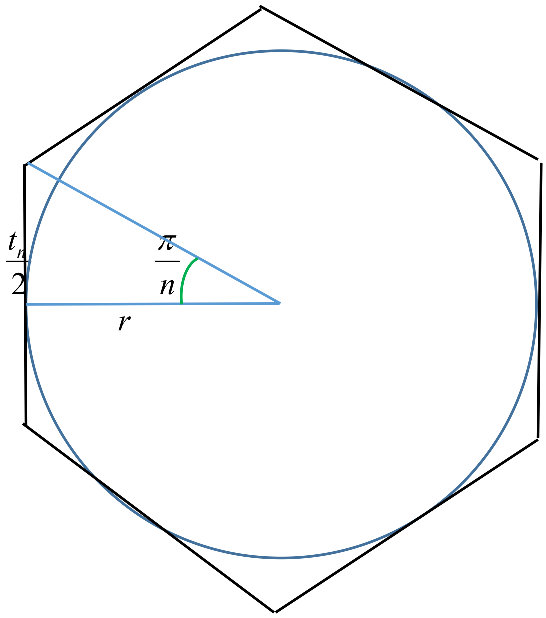

図 2

図 2 より

$$\tan\frac{\pi}{n} = \frac{t_n}{2r}$$

$$t_n = 2r\tan\frac{\pi}{n}$$

$$\therefore \frac{s_n}{t_n} = \frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\tan\frac{\pi}{n}} = \cos\frac{\pi}{n}$$

(3)

$$\frac{S}{10} = \frac{s_5}{2} \cdot \tan\left(90^\circ - \frac{360^\circ}{10}\right) = \tan 72^\circ$$

$$\therefore S = 10 \cdot \frac{2\tan 36^\circ}{1 - \tan^2 36^\circ} = 20 \cdot \frac{0.727}{1 - (0.727)^2} = 20 \cdot \frac{0.727}{1 - 0.528529} = 20 \cdot \frac{0.727}{0.471471} = 20 \cdot 1.5419\cdots = 30.839\cdots$$

$$= 30.84$$