(問題２０１)
t を媒介変数とするとき
$x=3t^2, y=3t-t^3$ で表される曲線を図示せよ。またこの曲線によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(問題２０２)
直線 $l: y=-x+k$ と楕円 $C: x^2+4y^2=1$ を考える。l と C が異なる２点 P,Q で交わるような k の値の範囲はア $\boxed{}$ である。このとき，$\mathrm{P}(x_1, y_1)$，$\mathrm{Q}(x_2, y_2)$ とすると，

$x_1+x_2=$ イ $\boxed{}$ $, y_1+y_2=$ ウ $\boxed{}$ であり，
線分 PQ の中点 M の座標は（エ $\boxed{}$ ，オ $\boxed{}$ ）である。
したがって，M は直線 $y=$ カ $\boxed{}$ 上にある。

(問題２０３)
２点 $(0,1), (0,-1)$ を焦点とする双曲線 C_1 と２点 $(1,0), (-1,0)$ を焦点としている
楕円 C_2 は，２点 $\left(0, \frac{1}{2}\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ のみを共有している。

(1) C_1 と C_2 の方程式を，それぞれ求めよ。

(2) C_1 と漸近線を共有し，C_1 と異なる双曲線を C_3 とする。C_2 と C_3 が２点のみを共有するとき，C_3 の方程式を求めよ。

(問題２０４)
p, q, r を正の実数とする。x を r 倍し q を加える x の関数を $f(x)$ とする。

$a_1 = f(p)$
$a_n = f(a_{n-1})$
n は 2 以上の整数
として，以下の問いに答えよ。

(1) a_3 を求めよ。

(2) a_n を求めよ。

任意の n について $\lim_{k\to\infty} a_k = a_n$ を満たす p を求めよ。

(問題２０５)

曲線 $C: y=\sin x\left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ を考える。C 上の点 P における C の法線を l とする。

(1) 法線 l が点 $\mathrm{Q}(0,1)$ を通るような点 P がただ 1 つ存在することを示せ。

(2)　(1)の条件を満たす点 P に対し，直線 l，曲線 C，直線 $y=1$ で囲まれる部分の面積を S_1 とする。直線 l，曲線 C，x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。

S_1 と S_2 の大小を比較せよ。

(問題２０６)

$x>0$ で定義された関数 $f(x)=x^2\sin\dfrac{\pi}{x^2}$ を考える。n を自然数とし，点 $\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}},\ 0\right)$ における曲線 $y=f(x)$ の接線を l_n とする。2 直線 l_n, l_{n+1} の交点の座標を (a_n, b_n) とおくとき，
次の問いに答えよ。

(1) a_n を n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{n^p|b_n|\}$ が正の値に収束するような定数 p を定め，そのときの極限値を求めよ。

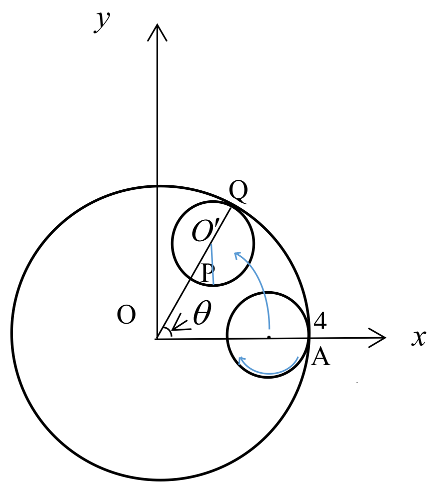
(問題２０７)

xy 平面の原点 O を中心とする半径 4 の円 E がある。

半径 1 の円 C が，内部から円 E に接しながらすべることなく転がって反時計回りに 1 周する。このとき，円 C の周上に固定された点 P の軌跡を考える。ただし，初めに点 P は $(4,0)$ の位置にあるものとする。

(1) 図のように，x 軸と円 C の中心のなす角度が $\theta(0\le\theta\le 2\pi)$ となったときの点 P の座標 (x,y) を θ を用いて表せ。

(2)
θ 点 P の軌跡の長さを求めよ。



(問題２０８)

O を原点とする xyz 空間に点 $P_k\left(\frac{k}{n},1-\frac{k}{n},0\right)(k=0,1,2,\cdots\cdots,n)$ をとる。また，z 軸上 $z\geq 0$ の部分に，点 Q_k を線分 P_kQ_k の長さが１になるようにとる。三角錐 $OP_kP_{k+1}Q_k$ の体積を V_k とおいて，極限 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1}V_k$ を求めよ。

（問題２０９）

$f(x)=\int_0^x(\cos t+\cos 2t)dt, 0\leq x\leq 2\pi$

の極大値，極小値を求めよ。

(問題２１０)

微分方程式 $\left(y+\frac{dy}{dx}\right)\sin x=y\cos x$ について

(1) 微分方程式を解け

(2) この微分方程式の解 $y=f(x)$ で，区間 $0\leq x\leq\pi$ において曲線 $y=f(x)$ と x 軸とによって囲まれる図形の面積が $e^{-\pi}+1$ となるものを求めよ。

(問題２１１)

不等式$x^2-(a^2-2a+1)x+a^2-2a<0$を満たす整数xが存在しないような

aの値を求めよ。

(問題２１２)

円$x^2+y^2=3$と放物線$y=x^2+a$が2点で交わり，それぞれの交点における放物線の接線

がともに原点を通るとき，つぎの問いに答えよ。ただしaは正の定数である。

(1) 定数aの値および接線の方程式をも読めよ。

(2) 円と放物線とで囲まれる部分の上側の面積を求めよ。

(問題２１３)

$abcd=a+b+c+d$を満たす正の整数a,b,c,d

を求めよ。

（問題２１４）

(1) 曲線：$y=2^x$上の点(a,b)の接線が点$(0,4-4\log 4)$を通るとき，a,bの値を求めよ。

(2) y軸，曲線：$y=2^x$，(1)の接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

(問題２１５)

aを実数，$f(x)=\log_2(x-2)$とする。点(x,y)が曲線$y=f(x)$の上を動くとき，

点$\left(\dfrac{x}{2}-a-1,\dfrac{y}{2}\right)$が動いてできる曲線の式を$y=g(x)$とおく。

(1) $g(x)$を求めよ。

(2) $y=g(x)$のグラフは$y=\log_4 x$のグラフを平行移動したものであることを示せ。

(3) $f(x)=g(x)$を満たす実数値xがただ1つ存在するようなaの値の範囲を求めよ。

(問題２１６)

角α,β,γが$\alpha+\beta+\gamma=\pi,\alpha\geq 0,\beta\geq 0,\gamma\geq 0$を満たすとき，

$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma\geq 1$を示せ。

(問題２１７)

(1) $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ に対し，$\sin 2\theta=\cos 3\theta$ が成立している。このとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(2) 有理数 a,b が等式 $\cos\dfrac{\pi}{12}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ を満たすとき，a,b の値を求めよ。

(問題２１８)

a,b が正の実数のとき，$a^b b^a \leq (ab)^{\frac{a+b}{2}}$ を証明せよ。

(問題２１９)

１辺の長さが l，(ただし，$1<l<\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$ とする。) の正方形 $ABCD$ の上に

辺の長さが，$1,1,1,l$ の台形 2 つを図のように組み合わせて，

屋根の形をした図形 $ABCD-PQ$ を作る。

(1)　点 P から面 $ABCD$ に下した垂線の足を H とする。
　線分 PH の長さを求めよ。

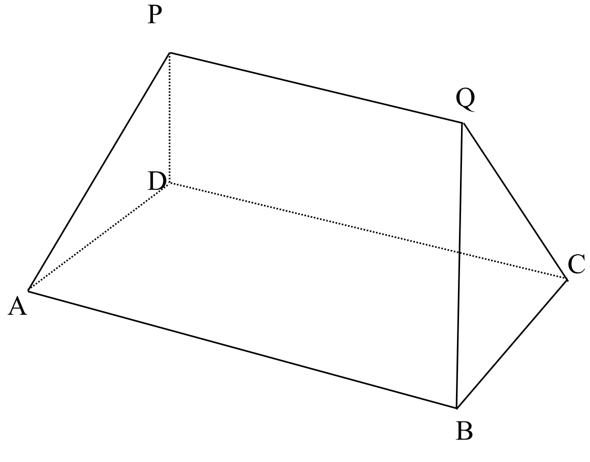
(2)　面 $ABCD$ と面 $ABPQ$ がなす角 α とし，面 $ABCD$ と

　面 ADP がなす角を β とする。$\tan\alpha$ と $\tan\beta$ の積

　$\tan\alpha\tan\beta$ を求めよ。

(3)　$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$ が成立するような l の値を求めよ。

(4)　l が(3)で求めた値をとるとき，$\angle BQP=\angle BQC$ であることを証明せよ。



（問題２２０）

xyz 空間において条件 $x^2+y^2\leq z^2, z^2\leq x, 0\leq z\leq 1$ を満たす点 $P(x,y,z)$ の全体からなる立体を考える。この立体の体積を V とし，$0\leq k\leq 1$ に対し，z 軸と直交する平面 $z=k$ による切り口の面積を $S(k)$ とする。

(1) $k=\cos\theta$ とおくとき $S(k)$ を θ で表せ。ただし，$0\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}$ とする。

(2) V の値を求めよ。

(問題２２１)

xy 平面の領域 $D: x>1, y>0$ を点 $P(x,y)$ が時刻 t の経過に従って次の微分方程式を満たしながら動いている。

$$\frac{dx}{dt}=y,\ \frac{dy}{dt}=2x(x^2-1)$$

$t=0$ のとき, P は $A(2,3)$ にあるとする。

(1) x と y が微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2x(x^2-1)}{y}$ を満たすことを示し，y を x で示せ。

(2) x と y を t で表せ。また，t の範囲を表せ。

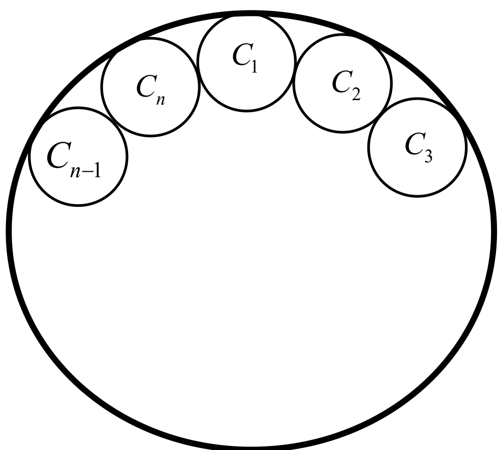
(問題２２２)

図のように，半径の等しい n 個の円 $C_1, C_2, \cdots, C_n$ が半径 1 の円 C に内接し，C_1 と C_2，C_2 と C_3，……，C_{n-1} と C_n，C_n と C_1 がそれぞれ外接しているものとする。半径の等しい n 個の円の半径を r_n とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\lim_{n\to\infty} nr_n=\pi$ を示せ。

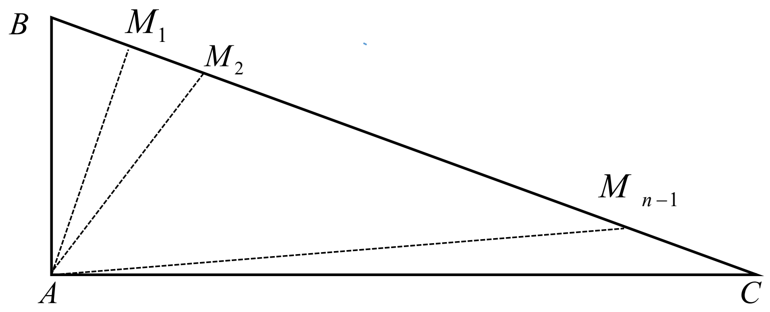
(2) (ア) $\theta>0$ のとき $\sin\theta>\theta-\dfrac{\theta^3}{6}$ が成立することを示せ。

(イ)　(ア)を用いて，$\lim_{n\to\infty} n(\pi-nr_n)$ を求めよ。



(問題２２３)
斜辺 BC の長さが a の直角三角形 ABC がある。図のように，斜辺 BC n 等分点を

$M_1, M_2, \cdots\cdots, M_{n-1}$ とし， $\sum_{k=1}^{n-1} AM_k^2 = S_n$ とするとき， $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n-1}$ を求めよ。



(問題２２４)

円 $x^2 + (y-a)^2 = r^2 (a > r > 0)$ を x 軸の周りに１回転してできる立体（円環体）の体積 V

は,円の面積 (πr^2) と，円中心が１回転してできる円周の長さ $(2\pi a)$ との積に等しいことを次

の手順で示せ。

(1) 置換積分法を用いて，定積分 $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}dx (r > 0)$ の値を求めよ。

(2) 半円 $y = a + \sqrt{r^2 - x^2}$ と直線 $y = a$ とによって囲まれた部分を， x 軸の周りに１回転

してできる立体の体積 V_1 を求めよ。

(3) 半円 $y = a - \sqrt{r^2 - x^2}$ と直線 $y = a$ とによって囲まれた部分を， x 軸の周りに１回転

してできる立体の体積 V_2 を求めよ。

(4)体積 V を求め， $\pi r^2 \times 2\pi a$ に等しいことを示せ。

(問題２２５)

xy 平面上で次の直線 l が C の接線であるとき，次の問いに答えよ。

$l: y = ax + b$
$C: y = b\log x + ab$

ただし $a > 0, b > 0$ とする。l が C の接線であるとき，次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。
(2) 直線 l と曲線 C および x 軸とによって囲まれる図形の面積を S を最大にするような a の値を求めよ。

(3) a を $0 < a \leq 2$ の範囲で変化させるとき，l と C の接点の軌跡の概形を xy 平面上に図示せよ。

(問題２２６)

2 つの曲線 $C_1: y = ax^2 - 1$ と $C_2: y = \log x$ が 1 点 P を共有し, 点 P において共通な接線を持っている。ただし，a は定数、対数は自然対数である。
(1) a の値および共通な接線をの方程式を求めよ。

(2) 曲線 C_2 と x 軸及び直線 $x = 1, x = e$ とで囲まれた部分の面積 S_1 を求めよ。

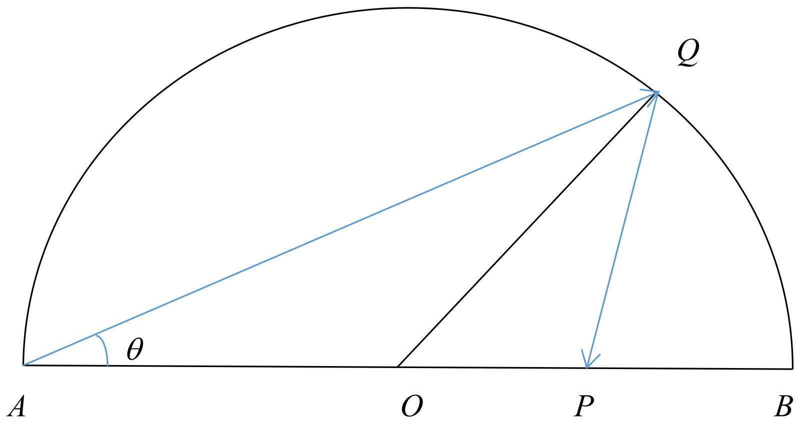
２曲線 C_1, C_2 と $x = 1, x = e$ とで囲まれた部分の面積 S_2 を求めよ。

(問題２２７)

図のような半球形の凹面鏡がある。直径を AB，中心を O，半径を r とする。

AB と $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ の角をなす光線がが鏡の点 Q で反射し AB と交わる点を P とする。

$\theta \to 0$ とすると P はどのような点に近づくか。ただし，Q において $\angle AQO=\angle OQP$ となるように反射するものとする。



(問題２２８)

(1) 次の不定積分 $\displaystyle\int \frac{ds}{\sqrt{s^2-1}}$ を $s+\sqrt{s^2-1}=t$ とおくことにより求めよ。

(2) xy 平面上の曲線 $y=f(x)$ (ただし，$f(x)\geq 0$)について，任意の正の数 t に対して，

曲線 $y=f(x)(0\leq x\leq t)$ の長さと，直線 $x=t$，x 軸，y 軸および曲線で囲まれた図形の面積との比は 1：1 であるという。このとき，$x\geq 0$ において，$f(0)=1$ かつ $x>0$ のとき $f(x)>1$ である曲線の方程式を求めよ。

(問題２２９)

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(3x-1)\sin\{\log(x-2)-\log x\}$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\log\left(\frac{4^x+9^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ を求めよ。

(3) $\lim_{x \to 0}\left(\frac{4^x+9^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ を求めよ。

（問題２３０）

放物線 $C: y=x^2$ への降下物が曲線 C で跳ねて，焦点 $F\left(0,\frac{1}{4}\right)$ に当たることを示せ。

（問題２３１）

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ を証明せよ。

（問題２３２）

2 個の焦点 F, F' からの距離の和が楕円となることを示せ。

(問題２３３)

２個の焦点 F, F' からの距離の差が一定である点の集合が双曲線であることを示せ。

双曲線の方程式を $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$ とする。

（問題２３４）

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ とする。A^n を求めよ。

（問題２３５）

$A=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}, A^n$ を求めよ。

（問題２３６）

$f(x)=\frac{1-\cos^k x}{1-\cos x}$，$\lim_{x \to 0} f(x)$ を求めよ。

（問題２３７）

$0<a<1, a_1=a, a_n=1-\sqrt[3]{1-a_{n-1}}$

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\log(1-a_n)$ を求めよ。

(2) $\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

（問題２３８）

$(\sin x)' = \cos x$ を証明せよ。

(問題２３９)

n を１以上の整数とする。区間 $0 \le x \le 1$ で連続な関数 $f(x)$ が，整数 $k = 0,1,\cdots\cdots,n-1$ に対して，次を満たしてるものとする。$\int_0^1 x^k f(x)dx = 0$

(1) t が実数全体を動くときの $g(t) = \int_0^1 |x-t|^n dx$ の最小値と，それを与える t の値を求めよ。

(2) 全ての実数 t に対して，次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_0^1 (x-t)^n f(x)dx = \int_0^1 x^n f(x)dx$$

(3) 関数 $|f(x)|$ の $0 \le x \le 1$ における最大値を M とするとき，

$\left|\int_0^1 x^n f(x)dx\right| \le \dfrac{M}{2^n(n+1)}$ を示せ。

（問題２４０）

次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \frac{2x^3+4x^2+2x+4}{x^4-1}dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{2x^3+4x^2-4x+4}{x^4-1}dx$

（問題２４１）
次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \frac{3x^2-4x+4}{x^3+1}dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{2x^2+5x+5}{x^3-1}dx$

（問題２４２）
2 点 $F\left(0,\sqrt{a^2+b^2}\right), F'\left(0,-\sqrt{a^2+b^2}\right)$からの距離の差が一定である点の集合が双曲線であることを示せ。双曲線の方程式を$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$

（問題２４３）
$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$を証明せよ。

（問題２４４）
k を正の定数とする。直線 $y=kx$ を l とし，原点 O を通り l に垂直な直線を m とする。

２次正方行列 A で表される１次変換を f とする。f により，直線 l 上の点は自分自身に移り，直線 m の点は原点に移る。
(1) 行列 A を求めよ。

(2) P を座標平面上の点とする。点 P の f による像を Q とする。

(ⅰ)点 Q は l 上の点であることを示せ。
(ⅱ)点 P が l 上の点でないとき，直線 PQ と直線 l は垂直であることを示せ。
(ⅲ)3 点 $(0,0),(1,0),(0,2)$ を頂点とする三角形の辺上を点 P が動くとき，点 Q の動く範囲を求めよ。

（問題２４５）
楕円 $C:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$，直線 $y=\dfrac{2}{\sqrt{3}}x, y=\dfrac{2}{3\sqrt{3}}x, y>0$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

（問題２４６）

(1) $\sin^2 x \geq \sin^3 x \geq \sin^4 x\left(0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を証明せよ。

(2) $1 \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^3 x}dx \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\log(1+\sqrt{2})$ を証明せよ。

（問題２４７）

a,b を正の数。平面上 2 点 $A(-a,0), B(0,-b)$ を通る楕円

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を E とする。E 上にある第 1 象限の点を C とし，その点における

E の接線を L とする。次の問いに答えよ。

(1) L と直線 AB が平行となるような点 C を求めよ。

(2) (1)で求めた C と A を通る直線と E との囲まれる，原点を含まない部分の面積を求めよ。

（問題２４８）

不等式 $ax^2+y^2+az^2-xy-yz-zx \geq 0$ が任意の実数 x,y,z について成り立つような

定数 a の値の範囲を求めよ。

（問題２４９）

$a+b+c \neq 0, abc \neq 0$ を満たす実数 a,b,c が等式

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{abc}$ を満たしている。このとき，任意の奇数 n に対して，

等式 $\dfrac{1}{a^n}+\dfrac{1}{b^n}+\dfrac{1}{c^n}=\dfrac{1}{(a+b+c)^n}$ が成り立つことを示せ。

（問題２５０）

$\cos x$ を微分すると $-\sin x$ となることを証明せよ。

（問題２５１）

(1) $\int_n^{n+1}\dfrac{1}{x}dx < \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n+1}\right)$ を示せ。

(2) $\frac{1}{2} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \log n$ を示せ。

（問題２５２）

２つの楕円 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1, x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ で囲まれる共通部分の面積を求めよ。

（問題２５３）

(1) $F(x) = \frac{1}{2}\left\{x\sqrt{x^2+1} + \log(x + \sqrt{x^2+1})\right\}, x > 0$ の導関数を求めよ。

(2) xy 平面上の点 P は，方程式 $x^2 - y^2 = 1$ で表される曲線 C 上にあり，第 1 象限の点である。原点 O と点 P を結ぶ線分 OP, x 軸，および曲線 C で囲まれた図形の面積が $\frac{s}{2}$ であるとき，点 OP の座標を s を用いて表せ。

（問題２５４）

行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ のとき

(1) $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ となるような α, β および $P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を求めよ。

ただし，$\alpha > 4, a = 2, ad - bc = 2$ とする。

(2) A^n を求めよ。

（問題２５５）

$a^2 + b^2 = 1$ $A = \begin{pmatrix} 3a-2 & -b+7 \\ 3b+7 & a \end{pmatrix}$，$A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+8y \\ 7x-3y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A を求めよ。

（問題２５６）

単位行列 E の実数倍でない行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。A で表される xy 平面上の移動を

f とする。

(1) $A^2 = kE$ を満たす実数 k が存在するための必要十分条件は，$a+d=0$ であることを示せ。

(2) $a+d=0$ のとき，原点 O とは異なる点 P で $f(P)$ が直線 OP 上にある物が存在すれば，

$a^2+bc \geq 0$ であることを示せ。

(3) $a+d=0$ かつ $a^2+bc \geq 0$ であるとする。このとき， $\lambda = \sqrt{a^2+bc}$ とおけば，

$(A-\lambda E)(A+\lambda E) = O$ が成り立つことを示せ。ただし， O は零行列とする。

(4) (3)の仮定のもとで，$\lambda = \sqrt{a^2+bc}$ とおく。原点 O とは異なる点 P で、$Q = f(P)$ とすれば， $\overrightarrow{OQ} = \lambda \overrightarrow{OP}$ となるものが存在することを示せ。

（問題２５７）
底面が長さ a の正四角形，４個の側面が長さ a の正三角形の立体に内接する球の半径を求めよ。

（問題２５８）
(1) $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x}dx$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\int \tan x dx$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\int \cos^4 x dx$ を求めよ。

（問題２５９）
(1)
$\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{1}{x^2+2x+4}dx$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{\log x}}dx$ を求めよ。

（問題２６０）

$y=\tan x=f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とする。$g'(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ を示せ。

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$ を用いてよい。

（問題２６１）

曲面 $x^2+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$ で囲まれた部分の体積を求めよ。

（問題２６２）

(1) 点 $(1,-1)$ を通り傾き m の直線の方程式を求めよ。

(2) (1)で求めた直線と曲線 $x=\sqrt{y}$ との接点の座標を求めよ。

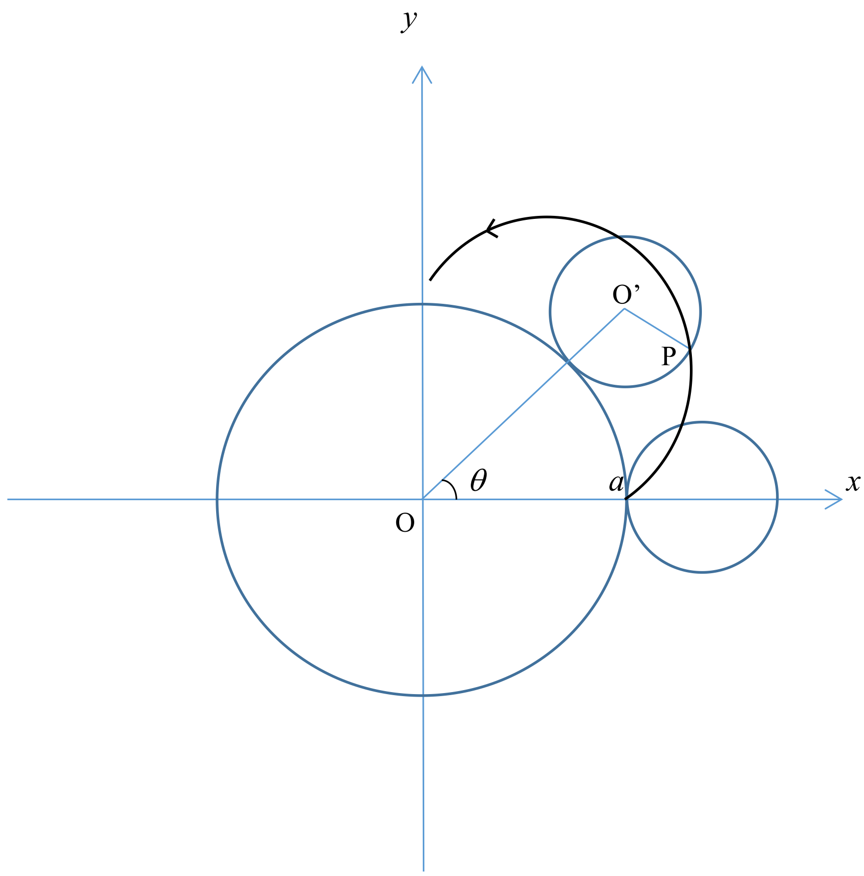
（問題２６３）

(1) $A=\begin{pmatrix}-1 & -9\\ 1 & -7\end{pmatrix}$ とする。A^n を求めよ。

(2) $B=\begin{pmatrix}-1 & -9\\ 2 & -7\end{pmatrix}$ とする。B^n を求めよ。

（問題２６４）

原点 O 中心，半径 a の円 C に半径 $b(b<a)$ の円 C' が外接している。初め円 C' の中心 O' は $(a+b,0)$ にあり，C' は C に外接しながら反時計回りに回転していく。円 C' 上の点 P の軌跡の座標を x 軸と OO' のなす角 θ で表せ。ただし，点 P の初めの座標は $(a,0)$ とする。



（問題２６５）

自然数nに対して$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a_n & c_n \\ b_n & d_n \end{pmatrix}$とおくとき

(1) $a_n = d_n, b_n = c_n$を示せ。

(2) a_n, b_nを求めよ。

（問題２６６）

極形式$r = \theta$で表される曲線の$(0 \leq \theta \leq \pi)$での区間の長さを求めよ。

（問題２６７）

(1) 点$\left(2, \dfrac{4}{3}\right)$を通り，傾き$a$の直線の方程式を求めよ。

(2)(1)で求めた直線と曲線$y = -\sqrt{\dfrac{4}{9}x^2 - 4}(x > 3)$が異なる２つの交点をもつための$a$の範囲

を求めよ。

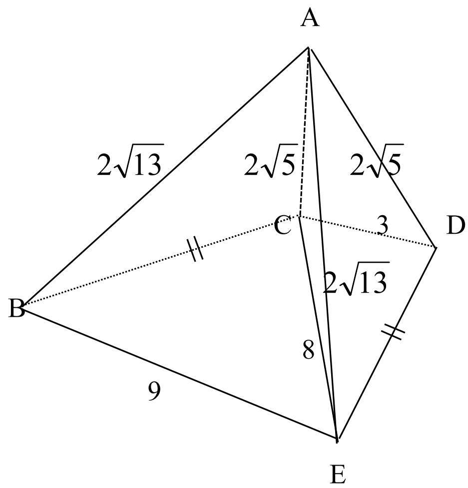
(3))(1)で求めた直線と曲線 $y=-\sqrt{\frac{4}{9}x^2-4}\,(x>3)$ のが接するとき, その接点の座標を求めよ。

（問題２６８）

図の四角錐の外接球の半径を求めよ。

$AC=AD=2\sqrt{5}, AB=AE=2\sqrt{13}$

$CD=3, BE=9, CB=DE\ , CE=8$



（問題２６９）

(1) $a^x(a>0)$ を微分せよ。

(2) $\int a^x dx$ を求めよ。

（問題２７０）

曲面 $y=2x^2$ と 3 平面 $x+y+z=1, y=0, z=0$ で囲まれた立体の体積を求めよ。

（問題２７１）

xyz 直交座標上の点 A（2，2，0）、B（2，0，2）C（0，2，2），三角形 ABC へ原点 O から下ろした垂線の点の座標を求めよ。

（問題２７２）

曲線 $\left(x^2+y^2\right)^2=x^2-y^2$ の増減を調べ，グラフを書け。

（問題２７３）

曲線 $y=\sqrt{\frac{x^2}{4}-1}(x>2)$ と直線 $y=x-2$ で囲まれる部分の面積を求めよ。

（問題２７４）

直線：$y=x$ と曲線 $y=-\frac{1}{2}x^2+7x-4$ で囲まれる部分 $(x>0)$ を直線：$y=x$ の周りに１回転して得られる回転体の体積を求めよ。

（問題２７５）

$y=e^x-1$，直線: $y=x$,直線: $y=-(x-1)+e-1$ で囲まれた部分を直線：$y=x$ の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

（問題２７６）

$y=\sin x$ と直線：$y=x$，直線：$y=-(x-\pi)$ で囲まれた部分を，直線：$y=x$ の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

（問題２７７）

(1) 不等式 $\frac{1}{\sqrt{n+1}}<\int_n^{n+1}\frac{1}{\sqrt{x}}dx<\frac{1}{\sqrt{n}}$ （n は自然数）を証明せよ。

(2) $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{100}}$ の整数部分を求めよ。

（問題２７８）

(1) $a^3+b^3+c^3\geq 3abc,(a>0,b>0,c>0)$ を証明せよ。

(2) $a^4+b^4+c^4+d^4\geq 4abcd,(a>0,b>0,c>0,d>0)$ を証明せよ。

（問題２７９）

正の数 a,b が $a^3+b^3=2$ を満たすとき，

(1) $a+b$ の範囲を求めよ。

(2) a^2+b^2 の最大値を求めよ。

（問題２８０）

(1) １次変換 $f:\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & 12\\ 0 & 4\end{pmatrix}$によって動かない点の集合を求めよ。

(2) $P_1(a,b)$，$P_{n+1}=f(P_n)$とする。$n\to+\infty$とするとき，P_nはどのような点に近づくか。

（問題２８１）

aがどのような値をとっても，直線:$(a^2-1)x-2a(y+a)=0$が通らない部分を図示せよ。

（問題２８２）

任意のx,yに対し，$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy, f'(0)=1$を満たすような関数$f(x)$を求めよ。

（問題２８３）

$x^2+y^2+z^2=8$のとき，$3x+4y+5z$の最大値，最小値を求めよ。

（問題２８４）

$(x-1)(x-y-1)\le 0$のとき，$(x+y)^2+(2x-y)^2$の最小値を求めよ。

（問題２８５）

$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x \frac{\cos t}{1+\cos t}dt$を求めよ。

（問題２８６）

曲線 : $y=\log(x+1)$, 直線 : $y=x$, 直線 : $y=-(x-2)+\log 3$で囲まれる部分を直線 : $y=x$の周りに回転してできる回転体の体積を求めよ。

（問題２８７）

楕円 : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$で囲まれる部分の面積を求めよ。

（問題２８８）

a,b を $a<b$ を満たす正の定数とし，C を双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2-a^2}=1$ とする。

C 上の点 $P(\alpha,\beta)$ ただし $\beta\neq 0$ における C の接線，法線をそれぞれ l_1,l_2 とする。

また，Q を l_1 と y 軸との交点，R を l_2 と y 軸との交点とする。

(1) l_1 および l_2 の方程式を求めよ。また Q,R の座標を求めよ。

(2) 4 点 $P,Q,R,S(b,0)$ は同一円周上にあることを示せ。

（問題２８９）

$\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{6x}{x^3-1}dx$ を求めよ。

（問題２９０）

$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ とする。A^n を求めよ。

（問題２９１）

カテナリー曲線：$y=\dfrac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right),(a>0)$ と，x 軸に垂直な任意の 2 直線および x 軸とで囲まれた部分の面積を S，これに対する曲線のこの長さを l とするとき，$S=al$ であることを示せ。

（問題２９２）

曲線：$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^2-x(x\geq 0)$ と直線：$y=x$ で囲まれた部分を直線：$y=x$ の周りに回転させてできる立体の体積を求めよ。

（問題２９３）

$\displaystyle\int\left(2x+\sqrt{x^2+A}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+A}}\right)dx$ を求めよ。

（問題２９４）
rを正の整数とすし，nを3以上の自然数とする。Cを半径がrの円とする。円Cに内接する正n角形の１辺の長さをs_n，円Cに外接する正n角形の１辺の長さをt_nとする。ただし正n角形が円Cに外接するとは，円Cが正n角形の全ての辺に接することである。

(1) s_nをrとnを用いて表せ。

(2) $\dfrac{s_n}{t_n}$をnを用いて表せ。

(3) $s_5=2$であるとき，円Cに内接する正５角形の面積を小数第3位を四捨五入して小数第2位まで求めよ。ただし，$\tan 36^\circ=0.727$としてよい。

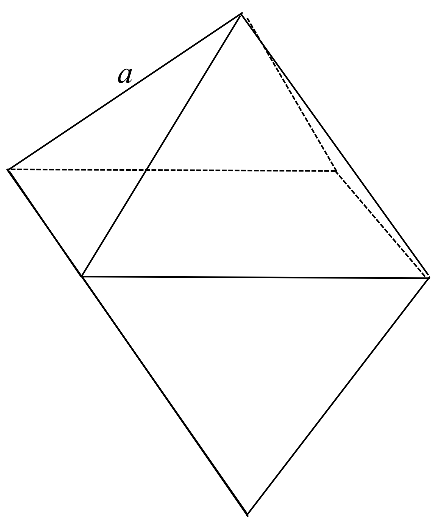
（問題２９５）
行列A,Bが$AB=A+B$を満たす。

(1) $A-E$は逆行列を持つことを示せ。

(2) 適当な実数を用いて$B=\alpha A+\beta E$と表せれることを示せ。

（問題２９６）
$x^2+(2m+5)x+(m+3)=0$が整数の解をもつための整数mの値を全て求めよ。

（問題２９７）
１辺aの正８面体が半径rの球に内接している。球の半径rをaを用いて表せ。



（問題２９８）

２平面 $2x+3y-4=0, x+y-z=3$ の交線 l と球面 $x^2+y^2+z^2=9$ の交点の座標を求めよ。

（問題２９９）

p, q を正の実数， $p+1 \geq q$ とする。数列 $\left\{ \dfrac{n^q}{1^p+2^p+\cdots+n^p} \right\}$ の極限値を求めよ。

（問題３００）

三角形 ABC の 2 つの頂点 B,C から対辺へ下ろした垂線の足をそれぞれ P,Q とする。
点 B,C,P,Q は 1 つの円周上にあることを示せ。