

(問題 272)

曲線 $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ の増減を調べ、グラフを書け。

(解答)

(解法のテクニック)

$f(x, y) = f(-x, y) = f(x, -y) = f(-x, -y)$ より

曲線は、 x 軸、 y 軸、原点 O に関して対称。

曲線の対称性から $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r^4 = r^2 \cos 2\theta$$

$$r^2 = \cos 2\theta$$

$$r^2 \geq 0 \text{ より } \cos 2\theta \geq 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq 2\theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

よって曲線の存在範囲は $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$

θ	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$
r^2	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

